

### Diapo 0

Je vais aujourd'hui vous présenter les grandes lignes d'une théorie qui a fait l'objet d'un grand débat dans les années 30. Cette théorie a été proposée par un astrophysicien britannique, qui l'a défendu avec plusieurs retouches et compléments jusqu'au début des années 50, avant sa mort prématurée. Comme le titre l'indique, cette théorie se voulait une alternative à la cosmologie relativiste, matérialisée dans les équations FLRW

---

### Diapo 1

Je vais ainsi rappeler le contexte historique, avant de résumer le projet Milnien. Puis vous me permettrez d'entrer un peu dans la technique, car nombre des principes et propositions de cette théorie ne se comprennent à mon sens vraiment qu'avec un minimum de mathématique

--

Ensuite je décrirais quelques aspects concrets des univers Milnien, en insistant sur les différences d'avec les univers de la cosmologie relativiste

--

Enfin je parlerai des axes du débat que la théorie de Milne a suscités

---

### Diapo 2

Vous savez tous que la décennie 1920-1930 a été pour la cosmologie une décennie d'avancées majeures, tant observationnelles que théoriques. La dernière en date était la mise en évidence, en 1929, par Hubble, de la relation entre la distance d'une « nébuleuse extragalactique » et son redshift, le décalage de la lumière vers le rouge. Cette observation a été immédiatement interprétée par une relation entre distance et vitesse, les galaxies s'éloignant d'autant plus vite qu'elles sont plus lointaines. Elle semblait en adéquation avec les travaux théoriques du russe Friedmann et du belge Lemaître, qui s'appuyant sur la relativité générale, concluaient à une expansion de l'univers. Et finissaient par convaincre Einstein lui-même

--

Mais tout cela était très nouveau, et a fait l'objet de plusieurs débats. Celui sur lequel je vais me concentrer aujourd'hui, c'est celui de l'interprétation de la fuite des galaxies – admise comme réalité – par une expansion de l'univers. Autrement dit ; les galaxies sont-elles réellement en mouvement, ou sont-elles fixes dans un espace qui se dilate.

---

### Diapo 3

Dans ce contexte, le projet Milnien (exposé pour la première fois dans la revue Nature en 1933) est de se placer dans le seul cadre de la relativité restreinte,

en y rajoutant ce qu'il appelle un principe de relativité étendue, qu'il renommera plus tard principe cosmologique.

Et en adoptant une approche qu'il qualifie d'« opérationnelle » n'utilisant dans ses équations que des variables directement mesurables à l'aide d'horloges (pour la datation des évènements et la mesure de leur distances) et de théodolites (pour la mesure de leur positions angulaires dans le ciel)

--

Son ambition est d'arriver, non seulement à une explication de la récession des galaxies, mais pour ainsi dire comme sous-produit, à une théorie de la gravitation. S'opposant en fait à celle d'Einstein : Dans la relativité générale en effet, distribution de matière et d'énergie et géométrie s'influencent dans les deux sens. Dans la théorie de Milne, cette distribution n'a pas d'impact sur la géométrie, on en revient sur ce plan à une conception newtonnienne.

---

Diapo 4

Dans son article de 1933, Milne formule le principe cosmologique par le postulat affirmant que l'univers doit apparaître le même pour tous les observateurs. Cette formulation semble plus restrictive que celle de Friedmann Lemaître, savoir qu'il n'y a pas d'observateurs en position privilégiée. Toute la question est la signification de ce « le même » Quels ont ces observateurs ? S'agit il du même contenu, comme il semble le suggérer, de la même formulation mathématique ? des deux ? C'est ce que sa théorie va préciser en avançant une notion d'équivalence entre observateurs sur laquelle on pourra revenir éventuellement dans la discussion

---

Diapo 5

Venons en à une courte approche technique. Milne part d'abord d'une idée très simple. Si vous êtes au bord d'une route, et si vous voyez passer à un certain moment deux voitures, 10 minutes après la plus lointaine sera celle qui a avancé la plus vite. Si vous êtes au centre d'un nuage de galaxies, se mouvant avec un mouvement rectiligne dans tous les sens, au bout d'un certain temps, les galaxies ayant la vitesse radiale la plus rapide seront parvenues à la distance la plus grande. Mais comment concilier cette image avec le fait que l'univers doit apparaître le même pour tous les observateurs ? Si je ne suis pas au centre mais sur une galaxie périphérique...

---

Diapo 6

L'Univers doit donc être tel que deux observateurs (quelconques ?) puissent en avoir une vision identique. Mais quelle vision ?

Une vision mathématiquement identique à un instant  $t$  de leur propre horloge, de la densité des particules de l'univers dans l'espace des positions et des vitesses

Une vision mathématiquement identique à un instant  $t$  de leur propre horloge du mouvement futur de ces particules, savoir leurs accélérations

Ces deux fonctions de densité et d'accélération sont ce que Milne et ses contradicteurs vont appeler la cinétique de l'univers.

---

Diapo 7

Et quels observateurs ?

Non les deux observateurs ne sont pas quelconques, ils doivent être équivalents. Une notion d'équivalence dont Milne donne une définition précise. Mais il se restreint à un cas particulier de cette équivalence, celle de deux observateurs en mouvement relatif rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre et s'étant rencontrés.

--

Dans le cadre de la relativité restreinte, les descriptions respectives de la cinétique (position, vitesse, accélération) d'une particule par les deux observateurs se traduisent l'une dans l'autre par une transformation de Lorentz

---

Diapo 8

Les calculs de Milne montrent que dans le cadre de la relativité restreinte, il existe des cinétiques de l'univers, pour laquelle les visions de cet univers par les deux observateurs est bien mathématiquement identique

--

Et il en donne les formules, en utilisant des variables auxiliaires  $X, Y, Z$  et  $X_i$  dont il est intéressant de connaître les dimensions :  $X$  d'un temps au carré,  $Z$  d'un temps,  $Y$  et  $X_i$  sans dimensions. On retrouve le rôle premier des horloges.

On remarque que la même variable locale,  $\xi_i$  intervient à la fois dans la densité et dans l'accélération. On comprend que Milne pouvait avoir l'ambition d'aboutir à une théorie de la gravitation.

---

Diapo 9

J'ai raisonné sur deux observateurs équivalents, mais pour assurer la consistance de sa théorie, Milne doit nécessairement définir l'ensemble des observateurs (et des particules qui les supportent matériellement) pour lesquels sa théorie sera valide. Cet ensemble est défini par trois exigences : ils se sont rencontrés tous

au même moment, ils forment un fluide avec un champ de vitesse  $v(r,t)$  dont la cinétique est contrôlée par l'équation de conservation de l'hydrodynamique, et partagent tous la même vision mathématique de l'ensemble qu'ils forment.

---

Diapo 10 De tels ensembles existent-ils ? la réponse est Oui. Milne montre que : Tous les observateurs de cet ensemble sont équivalents deux à deux, avec la même restriction que pour les deux observateurs dont on a parlé jusqu'ici. Et Milne en donne la cinétique : distribution des vitesses, densité spatiale à l'instant  $t$  de l'horloge de l'observateur, relation (linéaire !)  $v(r,t)$

---

--

Chaque particule observateur voit les autres s'éloigner de lui dans un mouvement uniforme, en droite ligne, avec une vitesse particulière propre à chacun d'eux

---

Diapo 11

On a bien deux modèles de cinétique, tous deux s'inscrivant dans le cadre de la relativité restreinte et s'inspirant des mêmes principes ; celui des particules « élémentaires », modèle dit statistique, que j'ai présenté en premier, et celui des « particules observateurs » modèle dit hydrodynamique ou encore modèle « simple ». Mais ces deux modèles convergent ils pour décrire une même réalité physique, à deux niveaux d'échelle.

Autrement dit, par exemple, le premier pourrait-il être celui du mouvement des étoiles, le second celui du mouvement des noyaux galactiques

---

Diapo 12

La réponse est Oui, le modèle hydrodynamique est bien la version macroscopique du modèle statistique

L'analyse des équations montre qu'il y a bien très forte concentration des particules élémentaires autour des particules observateurs du modèle hydrodynamique.

---

Diapo 13

J'en viens maintenant à une description rapide de l'univers Milnien, tel qu'il ressort de ces équations, et de quelques propriétés démontrées ou attribuées à la fonction  $\Psi$

---

--

Tout d'abord, on retrouve la distinction classique en cosmologie relativiste, entre les événements contemporains (World map) et ceux que l'observateur voit à un instant  $t$  (World picture)

---

Diapo 14

Mais la grande différence d'avec au moins certains modèles relativistes, est que les événements contemporains sont enserrés dans une sphère finie, tous du genre temps, c.-à.-d. tôt ou tard accessibles à l'observateur, et que les événements du genre espace sont à jamais inaccessibles, pour tous les observateurs. Si l'on considère que seul existe ce qui peut être observé, au moins par un observateur, ces événements seront considérés comme inexistantes.

--

Et l'exigence du « même contenu » est satisfaite : Sur le long terme, tous les observateurs accéderont aux mêmes événements.

---

Diapo 15

Et cette propriété d'unicité se transportent des événements aux particules qui en sont le support.

Toutes les particules de l'univers sont à tout moment dans le champ de vision de tous les observateurs.

---

Diapo 16

Alors voilà à quoi ressemble l'Univers, vu à l'échelle des galaxies, pour un observateur quelconque, à un instant  $t$  de son temps propre.

On constate que la densité est, à une distance donnée, la même dans toutes les directions, mais qu'elle augmente avec la distance, en devenant de plus en plus grande au fur et à mesure que l'on s'approche de la « limite du monde »

---

Diapo 17

Et toujours à l'échelle des galaxies, voilà à quoi ressemble son histoire, depuis une éventuelle création, qui, selon l'estimation alors donnée par Hubble du taux d'expansion (500km/s/Megaparsecs) aurait eut lieu il y a environ 2 milliards d'années

---

Diapo 18

Si l'on passe maintenant à l'échelle des « particules élémentaires » (étoiles, nuages de poussières, etc... la théorie conduit à des échanges constants entre galaxies, ces particules quittant plus ou moins lentement leur galaxie d'origine pour rejoindre à plus ou moins long terme une autre galaxie. Ce en accélérant peu à peu (par rapport à la galaxie d'origine) jusqu'à atteindre la vitesse de la lumière, puis en décélérant peu à peu pour rejoindre la galaxie de destination

---

Diapo 19

La publication dans Nature de l'article « World Structure and the expansion of the Universe a été prise au sérieux, malgré des rapports peut-être un peu polémiques de part et d'autres.

Il était bien en effet, dans ces temps d'interrogations, d'avoir une théorie alternative. Cela forçait à réfléchir davantage aux notions en jeu, par ailleurs, dans ce que l'on pouvait dire sur la dynamique, quelle était la part de ce qui résultait d'une analyse purement cinétique et d'axiomes mobilisant un principe cosmologique. Et quelle était la part de résultats d'observations et des théories (physiques) de la gravitation ?

---

Diapo 20

Un trait qui semble commun à nombre d'articles, est que les univers Milniens sont très proches des univers de la cosmologie relativiste. Cette proximité était d'ailleurs reconnu par Milne lui-même. On peut par exemple montrer par un changement de variable assez naturel, que la métrique spatio-temporel des univers milniens est un cas particulier des univers de la cosmologie relativiste.

Mais cette identité du type de métrique ne signifie pas que tout soit équivalent, notamment lorsque l'on passe au modèle statistique et aux équations du mouvement des particules élémentaires. Par exemple, chez Milne, les lignes d'Univers des particules élémentaires ne sont pas obligatoirement des géodésiques de cette métrique

---

Diapo 21

Deux axes d'attaque ont notamment été utilisés.

Le premier a consisté à appliquer la gravitation d'Einstein aux univers Milnien – concrètement à associer la métrique obtenue par le changement de variable aux équations de Friedmann Lemaitre, et comparer la description qu'on en tire à celle des univers Milniens.

Le second a consisté à lever des restrictions que Milne s'était imposé (par exemple la restriction sur les équivalences), tout en poursuivant les mêmes raisonnements cinématiques, à partir du même principe. On aboutit alors à d'autres métriques, mais toujours conformes aux métriques de la cosmologie relativiste. Mais peut-on alors espérer se passer d'une théorie de la gravitation ?

Je vais donner deux exemples.

---

Diapo 22

Un exemple de la première approche est celle de Kermack et McCrea

Je n'ai rien dit tout à l'heure, mais l'une des variables auxiliaires des formules Milniennes, la variable  $X$ , est invariante dans les transformations de Lorentz en jeu. Elle a la même valeur, sur un évènement donné, pour tous les observateurs. Or elle a la dimension d'un temps au carré. Sa racine carré à la dimension d'un temps, un temps universel donc pour tous les observateurs fondamentaux, un temps cosmologique.

L'analogie avec un univers FLRW spatialement hyperbolique est alors patente ; La métrique est bien une métrique des modèles cosmologique, avec un facteur d'échelle s'accroissant linéairement avec le temps. Les particules observateurs – les galaxies, occupent des positions spatiales fixes dans un univers en expansion. Et sur chaque section spatiale de ce temps cosmique, la densité est bien la même partout.

Un hic cependant, les équations FLRW donne sur cette métrique précise une densité nulle ! Les auteurs s'en sortent en démontrant, par des passages à la limite, qu'il existe un univers relativiste non vide tel qu'au bout d'un temps suffisamment long cet univers et l'univers Milnien seront pratiquement indiscernables.

---

Diapo 22

Le second exemple est illustré par trois articles successifs de Robertson, s'échelonnant entre 1935 et 1936

Robertson reprends systématiquement les raisonnements de Milne, mais en « libérant » la notion d'observateurs équivalents, c'est-à-dire en appliquant la définition la générale donnée par Milne. Il montre qu'on aboutit alors toujours à une métrique FLRW, mais avec une indétermination sur le facteur d'échelle. Et sur cette métrique, il étudie ce que donne le modèle simple hydrodynamique, les équations de mouvement et le modèle statistique. Avec les degrés de liberté supplémentaires en œuvre dans ce dernier l'ambition de Milne de déduire une théorie de la gravitation à partir d'un point de vue purement cinématique s'avère selon Robertson irréalisable.

---

Diapo 23

Pour conclure, je préfère citer Robertson, à la fin de son troisième article.